МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9:531.3 10.23947/1992-5980-2017-17-1-35-46

Влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений*

В. Л. Заковоротный[1], В. Е. Гвинджилия[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Error effect of executive elements movement of the lathe tool on forming motion paths***

V. L. Zakovorotny[1], V. E. Gvindzhiliya[2]**
[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Любой металлорежущий станок имеет погрешности движения исполнительных элементов, зависящие от его геометрической точности и состояния. Эти погрешности изменяют формообразующие движения опосредованно, через их преобразование динамической системой резания с учетом упругих деформаций инструмента и детали.

Материалы и методы. Рассматриваются законы связи погрешностей исполнительных элементов станка и траекторий формообразующих движений для продольного точения. Все деформационные смещения отсчитываются от независимой системы координат, привязанной к несущей системе станка, которая считается абсолютно жесткой и недеформируемой.

Результаты исследования. Предлагается математическая модель преобразования, состоящая из двух упругих динамических подсистем со стороны инструмента и обрабатываемой детали, которые взаимодействуют между собой через динамическую связь, формируемую процессом резания. В этой модели учтены погрешности движения исполнительных элементов. Они обусловлены кинематическими возмущениями и биениями шпинделя и обрабатываемой детали в пространстве.

Обсуждение и заключения. Таким образом, в представленной работе, в отличие от известных исследований, показано, каким образом в зависимости от кинематических и других возмущений изменяется математическое описание и параметры динамической связи, формируемой процессом резания. Подробно рассматриваются два типа возмущений: вызывающие вариации скорости движения инструмента относительно детали в направлении подвижности суппорта и возмущения в виде колебательных смещений в направлении, ортогональном к направлению скорости подачи. Эти возмущения формируются в виде радиальных и осевых биений шпинделя, а также в виде вариаций скорости продольной подачи и вариаций положения суппорта относительно идеальной оси вращения детали. Показано, что закон преобразования возмущений в траектории формообразующих движений зависит от частотного состава возмущений. Приводятся примеры и делаются заключения о свойствах преобразования. В частности, показано, что вариации скорости в направлении про-

Introduction. Any metal-cutting machine has errors of the executive elements movement depending on its geometric accuracy and state. These errors change the forming motions indirectly, through their transformation by the dynamic cutting system with account for the elastic deformations of the tool and the workpiece.

Materials and Methods. Laws of the relation between the executive elements and forming paths for the longitudinal cutting case are considered. All deformation displacements are counted off from the independent coordinate system anchored to the carrier system of the machine which is considered to be absolutely rigid and non-deforming.

Research Results. A mathematical transformation model consisting of two elastic-deformation subsystems on the part of the tool and workpiece that interact through the dynamic link generated by the cutting process is proposed. This model allows for the errors of the executive elements movement. They are specified by the kinematic disturbances and spindle wavering, and a workpiece in the space.

Discussion and Conclusions. Therefore, as opposed to the known studies, it is shown how the mathematical formulation and parameters of the dynamic link generated under the cutting process are changed depending on the kinematic and other types of disturbances. Two types of disturbances are fully considered: those inducing speed variations of the tool motion relative to the workpiece in the direction to the caliper mobility, and disturbances in the form of oscillating displacements in the orthogonal direction to the feed velocity attitude. These disturbances are generated as radial and axial spindle wavering, and as speed variations of the longitudinal feed and variations of the caliper position relative to the ideal rotation axis of the part. It is shown, that the law of the disturbance transformation into the forming movements trajectories depends on the frequency content of the disturbances. The examples are provided, and the conclusions about the transformation properties are made. In particular, it is shown that the speed variations in the direction to the longitudinal feed with the

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №17-08-00281.
**E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru
***The research is done with the financial support from RFFI (grant no. 17-08-00281).

дольной подачи с частотой, равной или кратной частоте вращения шпинделя, никак не отображаются в траекториях формообразующих движений.

frequency equal to or multiple of the spindle rotation frequency in no way image into the forming movement trajectories.

Ключевые слова: процесс точения, погрешности исполнительных элементов, формообразующие траектории, динамика процесса.

Keywords: turning process, errors of executive elements, forming trajectories, process dynamics.

Введение. При определении точности металлорежущих станков основное внимание уделяется геометрическим свойствам отклонений перемещения исполнительных элементов станка от заданных по программе ЧПУ. Для токарного станка это погрешности [1, 2]:

— движения поперечного и продольного суппортов;

— вращения шпинделей в направлениях их подвижности, а также в направлениях, ортогональных к ним.

Указанные погрешности возмущают траектории движения каждого исполнительного элемента. Они определяются, в основном, погрешностями станка, зависящими от его состояния. Эти возмущения влияют на траектории формообразующих движений, которые складываются из заданных по программе траекторий движения исполнительных элементов, возмущений и упругих деформационных смещений. Поэтому программируемые траектории движения исполнительных элементов, построенные, например, на использовании синергетической теории управления процессом обработки [3–8], отличаются от реальных траекторий наличием возмущений и зависящих от них упругих деформаций. Влияние возмущений на формообразующие движения зависит от динамического качества процесса обработки, которое определяется взаимодействием упругих подсистем со стороны инструмента и детали через динамическую связь, формируемую процессом резания [9–14]. Эта связь представляет модель сил в координатах состояния, то есть силы зависят от траекторий, заданных по программе ЧПУ, возмущений и упругих деформаций.

Модель динамики продольного точения с учетом возмущений. При математическом моделировании воспользуемся гипотезами, проанализированными ранее [15–20]. Рассмотрим продольное точение инструментом, имеющим главный угол в плане $\varphi = \pi/2$ (рис. 1).

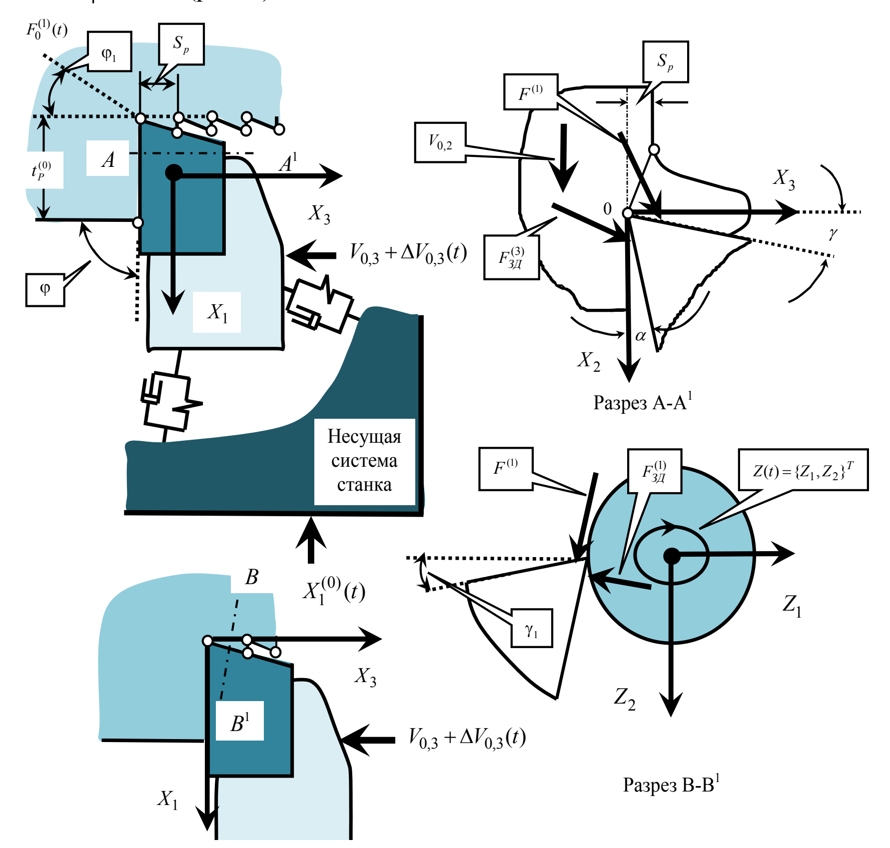


Рис. 1. Ориентация осей деформационных смещений и сил, действующих на режущий инструмент и обрабатываемую деталь

Fig. 1. Orientation of deformation displacement axes and forces affecting the cutting tool and workpiece

Начало координат рассматривается в точке контакта вершины инструмента с обрабатываемой деталью в предположении, что упругие деформации отсутствуют. В этом случае траектории движения вершины инструмента задаются программой ЧПУ, которая определяет траектории $X^{(У)}(t)=\{X_1^{(У)}(t),0,X_3^{(У)}(t)\}^T$. Ограничимся случаем обработки абсолютно твердого тела. Тогда биения шпинделя, а также вариации скорости подачи и координат суппорта относительно оси шпинделя определяют возмущения. Упругие деформации инструмента $X=\{X_1,X_2,X_3\}^T\in\Re^3$, подлежащие анализу траектории, определяются

$$X^{(Ф)}(t)=X^{(У)}(t)-X(t), \qquad (1)$$

где $X^{(Ф)}=\{(X_1^{(У)}-X_1),(-X_2),(X_3^{(У)}-X_3)\}^T$ — траектории формообразующих движений.

В работе будем считать погрешности траекторий $X^{(У)}(t)$ малыми по сравнению с $X(t)$. Поэтому главное внимание сосредоточим на изучении $X(t)$.

Если заданы силы $F=\{F_1,F_2,F_3\}^T$, то деформации X определяются

$$m\frac{d^2X}{dt^2}+h\frac{dX}{dt}+cX=F(t), \qquad (2)$$

где $m=\lfloor m_{s,k}\rfloor, m_{s,k}=m, при:s=k,\ m_{s,k}=0, при:s\neq k,\quad s,k=1,2,3$, в кгс²/мм; $h=\lfloor h_{s,k}\rfloor, s,k=1,2,3$, в кгс²/мм; $c=\lfloor c_{s,k}\rfloor, s,k=1,2,3$, в кгс²/мм — симметричные и положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов.

Будем пользоваться синергетической концепцией анализа [21, 22], согласно которой необходимо силы F представить в координатах состояния. В отличие от ранее проведенных исследований, кроме сил, формируемых в области передней грани инструмента $F^{(1)}$, будем рассматривать силы, действующие на задние его грани $F^{(2)}$ и $F^{(3)}$ (см. рис. 1). Ориентация модуля $F_{0,1}$ силы $F^{(1)}$ определяется коэффициентами $\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T$, то есть $F^{(1)}=F_{0,1}\{\chi_1,\chi_2,\chi_3\}^T$. Силы, действующие на задние грани $F_{ЗД}^{(3)}=F_{ЗД,0}^{(3)}\{0,0,1\}^T$ и $F_{ЗД}^{(1)}=F_{ЗД,0}^{(1)}\{1,0,0\}^T$, имеют ориентацию по направлению верхних индексов. Параметры взаимодействующих подсистем определяются по правилам, изложенным, например, в [19, 20]. Для определения модуля сил резания $F_{0,1}$ примем следующие гипотезы, обоснование которых дано в работах [15–20].

1. Силы пропорциональны площади срезаемого слоя.
2. Имеет место запаздывание изменения сил в зависимости от вариаций этой площади.
3. По мере увеличения скорости резания имеет место монотонное уменьшение сил, которое в скоростном диапазоне 20–180 м/мин аппроксимируется убывающей экспонентой. Тогда

$$\begin{cases} F_{0,1}(t)=\rho_0\{1+\mu\exp[-\alpha_1(V_0+\Delta V_{Z_2}(t)-dX_2(t)/dt)]\}S^{(Э)}; \\ T_p\dfrac{dS^{(Э)}(t)}{dt}+S^{(Э)}(t)=\{t_P^{(0)}+\Delta t_P(t)-X_1(t)\}\{\int\limits_{t-T}^{t}[V_{3,0}+\Delta V_{3,\Sigma}(\xi)-v_3(\xi)]d\xi\}, \end{cases} \qquad (3)$$

где $S^{(Э)}$ — эффективное значение площади срезаемого слоя, в мм², позволяющее учесть запаздывание сил резания; T_p — постоянная времени стружкообразования, в с; $t_P^{(0)}$ — величина припуска, в мм, без учета упругих деформаций; μ — безразмерный коэффициент, зависящий от разницы сил в области малых и больших скоростей резания; α_1 — коэффициент, определяющий крутизну уменьшения сил при возрастании скорости, в с/мм; V_0, $V_{3,0}$ — заданные скорости резания и продольной подачи.

Кинематическими возмущениями являются: $\Delta V_{3,\Sigma}(t)=\Delta V_{0,3}(t)+dZ_3/dt$, $\Delta V_{Z_2}(t)=dZ_2/dt$, $\Delta V_{1,\Sigma}(t)=dX_1^{(0)}(t)/dt+dZ_1(t)/dt$, $\Delta t_P(t)=X_1^{(0)}(t)+Z_1(t)$ — заданные периодические функции времени.

По мере сближения (зависящего от кинематических значений задних углов) задних граней инструмента с деталью быстро возрастают силы $F_{ЗД}^{(1)}$ и $F_{ЗД}^{(3)}$. Их можно считать зависящими только от скоростей по направлениям X_1 и X_3, так как $\varphi=\pi/2$ и $\varphi_1\Rightarrow 0$. Поэтому

$$F_{3Д}^{(3)} = F_{3Д,0}^{(3)} \exp \alpha_2 [V_{0,3} + \Delta V_{3,\Sigma}(t) - dX_3 / dt]; \; F_{3Д}^{(1)} = F_{3Д,0}^{(1)} \exp \alpha_3 [\Delta V_{1,\Sigma}(t) - dX_1 / dt], \quad (4)$$

где $F_{3Д,0}^{(1)}$ и $F_{3Д,0}^{(3)}$ — модули сил в области контакта задних граней при нулевой скорости упругих деформаций и кинематических возмущений; α_2 и α_3 — параметры, характеризующие крутизну увеличения сил в зависимости от скоростей, в с/мм. Таким образом, уравнение возмущенной динамической системы представляет систему (2)–(4).

Влияние возмущений на формообразующие движения. Вначале рассмотрим возмущения в направлении продольной подачи, которые определяются осевыми биениями шпинделя и вариациями скорости подачи. Известные исследования [23], а также экспериментальные изучения осевых биений шпинделя показывают, что они являются почти периодическими функциями относительно периода его вращения. Это определяется образованием прецессионных колебаний ротора-шпинделя за счет циркуляционных сил [24, 25]. Возмущения скорости в приводе подачи имеют двоякую природу. Во-первых, они обусловлены периодическими погрешностями в зацеплениях кинематической цепи редуктора и являются периодическими функциями перемещения суппорта. Во-вторых, они вызваны взаимодействиями суппорта с направляющими станка через узел трения. Период этих колебаний практически не зависит от скорости, он определяется характеристиками динамической связи в узле трения и инерционными свойствами системы суппорта [25]. Так как возмущения являются периодическими функциями времени, то их влияние на траектории деформаций удобно рассматривать в частотной области.

Рассмотрим пример. Параметры подсистемы инструмента:

$$m = \begin{bmatrix} 0{,}7\cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}7\cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}7\cdot 10^{-3} \end{bmatrix}, \; h = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0{,}2 & 0{,}05 \\ 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}1 & 0{,}6 \end{bmatrix}, \; c = \begin{bmatrix} 800 & 300 & 400 \\ 300 & 1200 & 200 \\ 400 & 200 & 600 \end{bmatrix}.$$

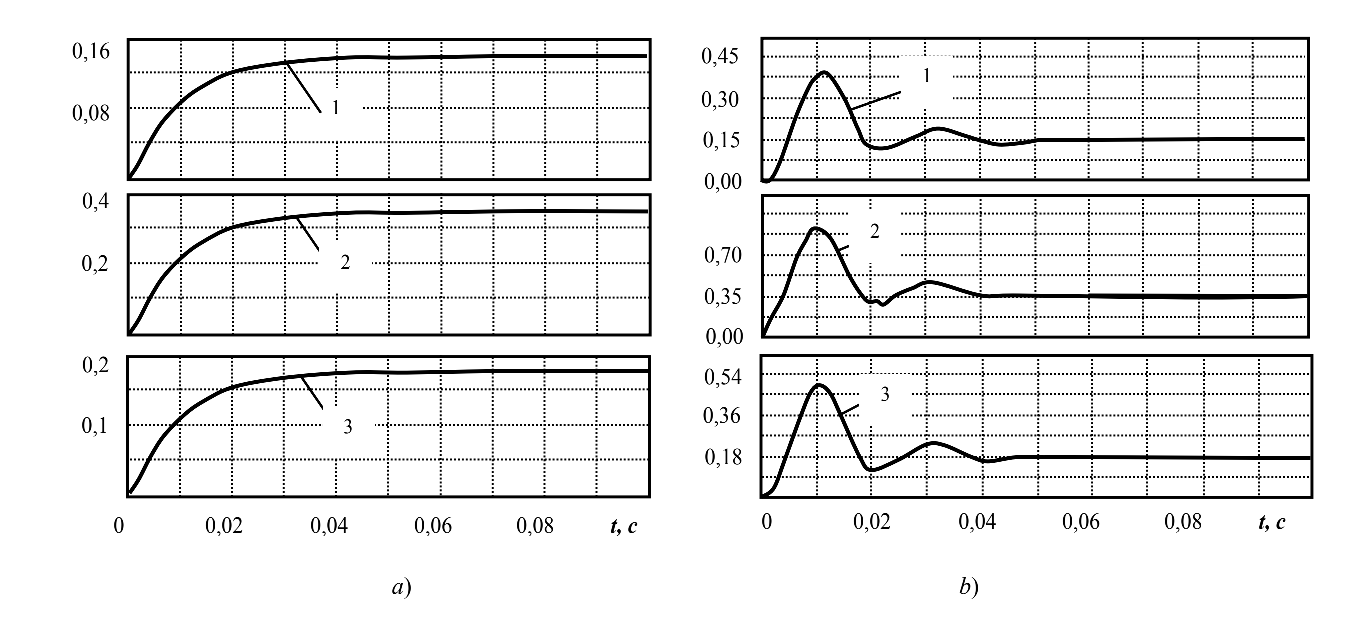
Параметры связи приведены в табл. 1. Угловые коэффициенты — $\chi_1 = 0{,}5$, $\chi_2 = 0{,}5$, $\chi_3 = 0{,}706$.

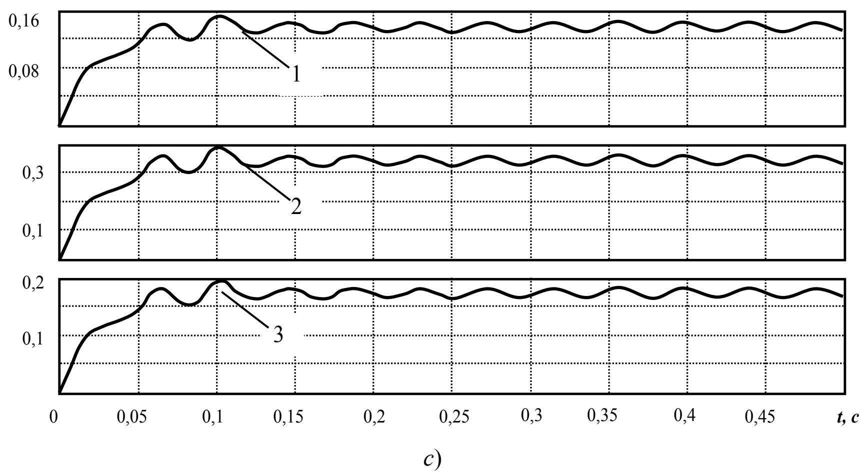
Таблица 1
Table 1

Параметры уравнений связи
Equation-of-constraint parameters

ρ_0, кг/мм^2	α_1, с/мм	α_2, с/мм	α_3, с/мм	V, мм/с	t_P, мм	$F_0^{(2)} = F_0^{(3)}$, кг
350	0,8	10,0	10,0	1000	2,5	0,5

Вначале рассмотрим влияние на X возмущений скорости продольных перемещений (рис. 2).





c)

Рис. 2. Переходные процессы деформаций при врезании инструмента в деталь без учета сил, влияющих на задние грани инструмента

Fig. 2. Transient processes of deformations when the tool is cut into a workpiece without considering forces affecting the tool back

Возмущения определяются вариациями скорости продольных перемещений. Сверху вниз деформации соответственно приведены в направлениях X_1, X_2 и X_3.

В случае, показанном на рис. 2, *a*, возмущения отсутствуют. Здесь виден монотонный переходный процесс. Его затягивание обусловлено взаимным влиянием сил и деформаций. На рис. 2, *b* даны кривые при частоте Ω возмущений, совпадающей с частотой шпинделя $\Omega_0 = \Omega = 50$Гц. Для наглядности амплитуда колебательных скоростей подачи принята достаточно большой и равной самой скорости. Здесь необходимо отметить также существование переходного процесса при установлении стационарного состояния, которое в данном случае представляет точку в подвижной системе координат движений исполнительных элементов станка. Таким образом, несмотря на возмущения, притягивающим множеством в подвижной системе координат в этом случае является точка.

Следовательно, на формируемой поверхности в стационарном режиме никак не отображаются вариации скорости, если частота возмущений равна или кратна частоте шпинделя. На рис. 2, *c* частота колебаний скорости равна $\Omega = 25$Гц. В этом случае вариации скорости вызывают заметные периодические деформации. Притягивающим множеством здесь являются установившиеся периодические деформации, которые искажают топологию формируемой поверхности. Ситуация меняется, если учесть силы, формируемые в области контактов задних граней инструмента с деталью. Приведем пример изменения деформаций при частоте вариаций скорости, равной частоте шпинделя, но с учетом сил, действующих на задние грани (рис. 3).

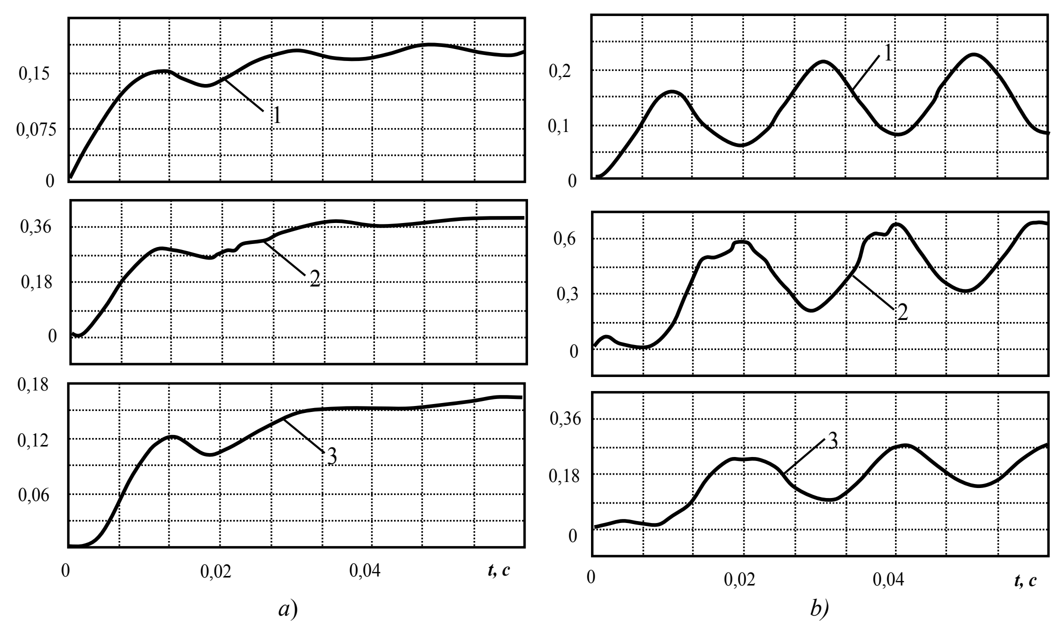


Рис. 3. Влияние сил, формируемых в области контакта задних граней инструмента, на траектории деформационных смещений: амплитуда вариаций скорости подачи равна 0,1 от скорости подачи (*a*); амплитуда вариаций скорости подачи равна 0,5 от скорости подачи (*b*)

Fig. 3. Effect of the forces formed in the contact area of the tool back on deformation displacements trajectory: amplitude of axis velocity variations is 0.1 of the axis velocity (a); amplitude of axis velocity variations is 0.5 of the axis velocity (b)

За счет сил, действующих на задние грани, во-первых, наблюдаются нелинейные искажения гармонических колебаний. Во-вторых, при больших амплитудах вариации скорости приводят к изменениям фазы колебательных смещений по различным направлениям. Наконец, в этом случае дополнительно образуется динамическое смещение точки равновесия, которое вызывает дополнительное отклонение диаметра.

Возмущения в направлении X_1 непосредственно изменяют площадь срезаемого слоя, следовательно, силы. Однако и здесь наблюдаются зависящие от амплитуды возмущений фазовые сдвиги между возмущениями и деформационными смещениями. При этом обнаруживаются нелинейные искажения гармонических колебаний и формирование динамической постоянной составляющей, изменяющей текущее значение диаметра детали.

Анализ результатов. Погрешности станка, приводящие к вариациям траекторий его исполнительных элементов, изменяют траектории формообразующих движений опосредованно, через преобразование их динамической системой резания. При этом за счет представления сил резания в координатах состояния процесс резания образует внутренний регулятор, влияющий на формообразующие движения, который, как правило, уменьшает влияние возмущений на формообразование.

Вначале проанализируем случай $\Delta t_P(t) = 0$ и $\Delta V_{Z_2}(t) = 0$. Тогда возмущения определяются только функцией $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$. Непосредственно $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ не влияет на диаметр детали. Однако за счет упругих деформаций, зависящих от $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$, такое влияние может быть заметным. Деформации зависят от свойства оператора $S_P(t) = \int_{t-T}^{t}[V_{3,0} + \Delta V_3(t) - v_3(t)]dt$, который формирует величину подачи S_P. Обозначая $U(t) = [V_{3,0} + \Delta V_3(t) - v_3(t)]$ и переходя к изображениям по Фурье, получаем амплитудно-фазочастотные характеристики (АФЧХ) связи $U(t)$ и $S_P(t)$:

$$\frac{S_P(j\Omega)}{U(j\Omega)} = T\{\frac{\sin\Omega}{\Omega} + j\frac{\cos\Omega - 1}{\Omega}\}, \quad (5)$$

где $\Omega = T\omega$ — безразмерная частота в относительных единицах к $\Omega_0 = (T)^{-1}$. Годограф (5) приведен на рис. 4. Он качественно зависит от отношения текущей частоты к циклической частоте шпинделя.

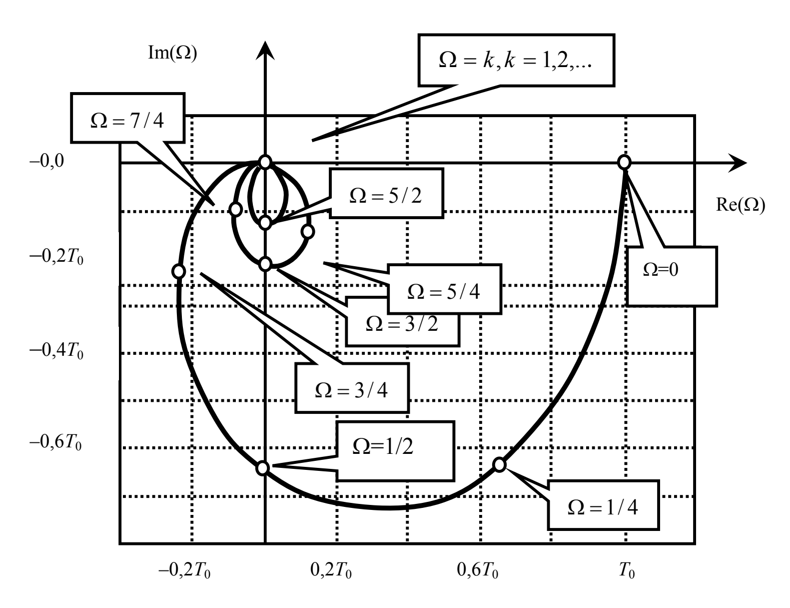


Рис. 4. АФЧХ преобразования вариаций суммарной скорости продольных перемещений в изменения подачи

Fig. 4. APFC (amplitude-phase frequency characteristics) transformations of total velocity variations of longitudinal displacements into feed changes

Отметим следующее.

1. При увеличении частоты вариаций скорости по отношению к частоте шпинделя Ω_0 наблюдается существенное затухание изменений подачи. Это связано с интегрированием скорости в окне T.

2. При уменьшении T (увеличении частоты вращения шпинделя) возрастает и затухание.

3. Имеется множество частот, при которых вариации скорости подачи не вызывают изменений подачи и, следовательно, сил резания.

Пример такого преобразования приведен на рис. 2, *b*. Причем затухание может существенно меняться даже при малых девиациях частоты изменения скорости. В общем случае при анализе преобразования $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ в $X_1(t)$ наблюдается сложное перераспределение деформаций и сил, действующих на переднюю и задние поверхности инструмента. В тех случаях, когда возмущения или управления не регулярны, постоянно происходит динамическая перестройка системы (см. начальный этап траектории на рис. 2, *b*).

Необходимо учитывать, что годограф на рис. 4 справедлив для установившегося состояния. В нестационарном режиме на частотах $\Omega = k, k = 1,2,3...$ также наблюдаются вариации толщины срезаемого слоя, которые асимптотически стремятся к нулю в стационарном состоянии. Приведем пример изменения деформаций в направлении X_1 при изменении скорости продольных перемещений, вызванных, например, осевыми биениями шпинделя. В этом случае $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ представляет периодический процесс со случайными изменениями амплитуды $A_V(t)$ и фазы $\vartheta(t)$. Его модель представляется в виде [26]

$$\Delta V_{3,\Sigma}(t) = A_V(t)\cos[\Omega_0 t + \vartheta(t)], \tag{6}$$

где $A_V(t) = A[1+\theta_A(t)]$; $\vartheta(t) = \vartheta_0[1+\theta_\vartheta(t)]$.

Здесь $|\theta_A(t)| \langle\langle 1$ и $|\theta_\vartheta(t)| \langle\langle 1$. Причем функции $\theta_A(t)$ и $\theta_\vartheta(t)$ представляются стационарным случайным процессом с нулевым математическим ожиданием. Подробный анализ двух скалярных нелинейных систем рассмотрен ранее [27, 28]. Здесь приведем пример влияния спектральных свойств деформационных смещений на возмущения, представленные случайным периодическим процессом (рис. 5).

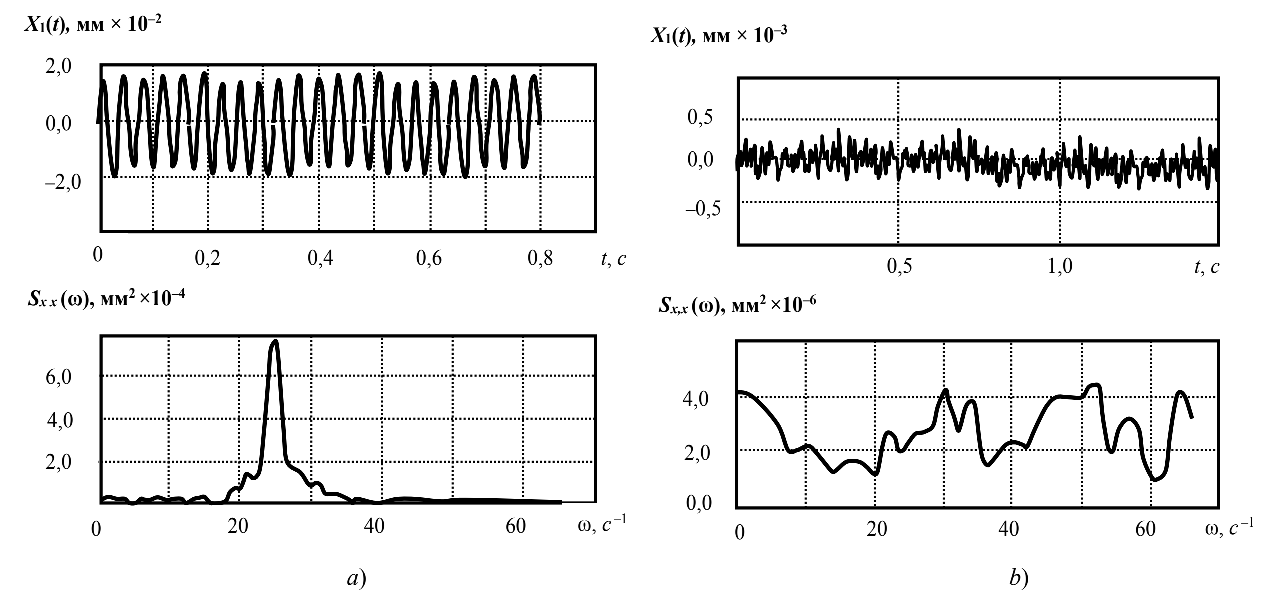


Рис. 5. Примеры реализаций временных последовательностей (верхние иллюстрации) и их спектры (нижние иллюстрации): частота $\Omega_0 = 25c^{-1}$ (*a*); частота $\Omega_0 = 50c^{-1}$ (*b*)

Fig. 5. Examples of time sequences implementation (upper illustrations) and their spectra (lower illustrations): frequency $\Omega_0 = 25c^{-1}$ (a); frequency $\Omega_0 = 50c^{-1}$ (b)

Как видно, на спектральные характеристики деформационных смещений инструмента в направлении оси вращения детали существенное влияние оказывает математическое ожидание частоты вибрационного воздействия. Анализ показывает, что при совпадении его частоты с частотой вращения шпинделя дисперсия упругих вариаций инструмента минимальна. Обнаружено также, что случайные колебания амплитуды практически не влияют на величину дисперсии, а девиация частоты, а также ее скорость существенно увеличивают дисперсию. Таким образом, например, нестационарные биения шпинделя, зависящие от его состояния, вызывают большую дисперсию деформационных смещений по сравнению со стационарными.

На преобразование вариаций скорости подачи принципиальное влияние оказывают силы, формируемые в области контактов задних граней инструмента с деталью. Здесь даже на частотах, равных или кратных частоте вращения шпинделя, формируются деформационные смещения инструмента относительно детали, изменяющие траектории формообразующих движений. При этом по мере увеличения $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ наблюдается изменение пространственных траекторий движения вершины режущего инструмента. На пространственные траектории оказывают влияние и пара-

метры α_2 и α_3 в моделях (4), которые прежде всего зависят от задних углов инструмента. Приведем пример изменения траекторий в плоскости X_1 и X_2 по мере увеличения коэффициента $\alpha_2 = \alpha_3$ (рис. 6).

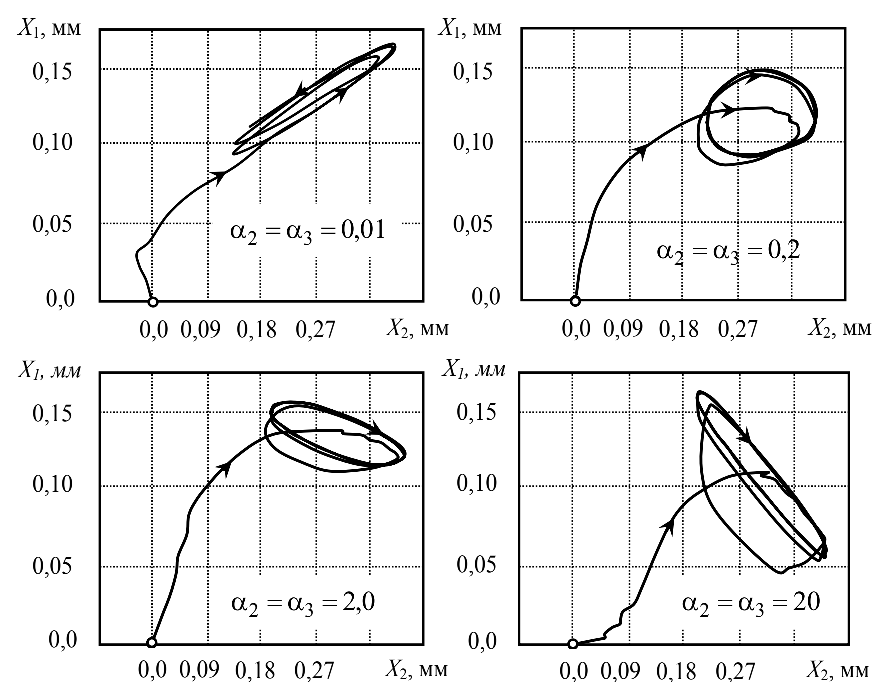


Рис. 6. Изменение траекторий деформационных смещений вершины инструмента при его врезании в заготовку при различных значениях $\alpha_2 = \alpha_3$. Частота вариаций скорости подачи равна $\Omega = 0{,}5\Omega_0$

Fig. 6. Trajectory changes of deformation displacements of the tool tip when it is cut into the workpiece at different $\alpha_2 = \alpha_3$ values. Frequency of axis velocity variations is $\Omega = 0{,}5\Omega_0$

На иллюстрации стрелками показано направление деформационных смещений инструмента. Обращают на себя внимание не только фазовые сдвиги между деформационными смещениями в направлениях X_1 и X_2, но и изменение направления смещения фазы. Скрупулезный анализ позволил выявить два механизма формирования смещения фазы. Первый обусловлен формированием циркуляционных сил за счет взаимодействий инструмента с деталью. На рассматриваемых частотах инерционные и диссипативные силы в подвеске инструмента пренебрежимо малы. Поэтому определим уравнение в вариациях относительно «медленно» смещающейся точки равновесия системы при учете со стороны инструмента только упругости. Вначале будем считать $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \Rightarrow 0$. Тогда линеаризованное уравнение системы в момент t_i будет

$$c_\Sigma X(t_i) = \Phi, \tag{7}$$

где $c_\Sigma = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \rho_{0,\Sigma} S_{P,\Sigma}^{(0)} & c_{2,1} & c_{3,1} + \chi_1 \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} \\ c_{1,2} + \chi_2 \rho_{0,\Sigma} S_{P,\Sigma}^{(0)} & c_{2,2} & c_{3,2} + \chi_2 \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} \\ c_{1,3} + \chi_3 \rho_{0,\Sigma} S_{P,\Sigma}^{(0)} & c_{2,3} & c_{3,3} + \chi_3 \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} \end{bmatrix}$; $\rho_{0,\Sigma} = \rho_0(1+\mu)$; $S_{P,\Sigma}^{(0)} = S_P^{((0)} + \Delta S_P(t_i)$; $t_{P,\Sigma}^{(0)} = t_P^{((0)} + \Delta t_P(t_i)$;

$\Phi = \rho_{0,\Sigma} t_{P,\Sigma}^{(0)} [S_{P,\Sigma}^{(0)} + X_3(t_i - T)]\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$.

Матрица c_Σ, в отличие от c, не является симметричной. Кососимметричная ее составляющая, как известно, способствует образованию циркуляционных сил [29, 30], которые приводят к образованию сил, ортогональных к направлениям деформационных смещений. В результате возникают прецессионные колебания, приводящие к фазовым сдвигам между деформационными смещениями в различных направлениях. Таким образом, сама структура сил резания вызывает образование фазовых сдвигов. В тех же случаях, когда $\alpha_2 = \alpha_3 \neq 0$, по мере увеличения этих коэффициентов проявляется нелинейное диссипативное влияние сил, формируемых в области контакта задних граней инструмента с деталью. Они направлены против скорости и, во-первых, вызывают изменение фазы пространственных движений инструмента (см. рис. 6), во-вторых, влияют на размах деформационных смещений. При формировании топологии поверхности детали главную роль играют деформации в направлении X_1. Как видно, при увеличении $\alpha_2 = \alpha_3$ размах колебательных смещений по направлению X_1 вначале уменьшается, а затем возрастает. Таким обра-

зом, для уменьшения влияния кинематических возмущений скорости продольной подачи желательно уменьшать α_2 и α_3. Они зависят от задних углов инструмента. При этом необходимо учитывать, что уменьшение этих углов вызывает формирование дополнительных сил, действующих на задние грани. Эти силы несколько уменьшают вариации деформаций, но одновременно увеличивают мощность необратимых преобразований в области задней грани инструмента. Это способствует увеличению интенсивности изнашивания инструмента [31, 32]. В общем случае анализ показывает, что на закономерности преобразования кинематических возмущений в траектории формообразующих движений оказывает влияние вся структура динамической модели подсистемы инструмента и обрабатываемой детали, а также углы режущего инструмента. Необходимо учитывать, что угловые коэффициенты, например, проекции главной составляющей силы резания на ортогональные направления, определяемые угловыми коэффициентами $\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$, зависят от геометрии инструмента и условий трения при движении стружки по передней поверхности инструмента. Кроме этого, представленные зависимости показывают, что для установления стационарного состояния при заданной функции $\Delta V_{3,\Sigma}(t)$ для всех $t = t_i, (t_i + T), ...(t_i + nT)$ на участках стационарности справедливо:

$$\int_{t_i - T}^{t_i} [V_{3,0} + \Delta V_3(\xi) - v_3(\xi)] d\xi = const, \qquad t \in (0, \infty),$$

то есть скорости упругих деформационных смещений инструмента должны подстраиваться к вариациям скорости подачи. Механизм этой подстройки обусловлен перераспределением сил и деформационных смещений.

Во всех случаях вариации скорости подачи вызывают дополнительные деформационные смещения, приводящие к изменениям геометрии формируемой поверхности. К таким же эффектам приводят возмущения $\Delta V_{Z_2}(t) = dZ_2 / dt$. Что касается возмущений $\Delta t_P(t) = X_1^{(0)}(t) + Z_1(t)$, то за счет реакции со стороны процесса резания практически всегда вариации формообразующих движений меньше кинематических возмущений. Причем некоторая стабилизация их вариаций зависит от приведенной податливости системы к направлению X_1 и коэффициента ρ_0 в (3), зависящего, прежде всего, от физико-механических характеристик обрабатываемого материала и технологической среды.

Заключение. Погрешности металлорежущего станка, зависящие от его исходной точности и состояния в ходе эксплуатации, приводят к погрешностям обработки опосредованно, через их преобразование динамической системой, учитывающей упругие деформации и динамическую связь, формируемую процессом резания. Предложенные математические модели позволили на основе всестороннего моделирования системы выявить влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений вершины инструмента относительно детали в точке контакта с ней инструмента. Показано, что на преобразование возмущений в траектории формообразующих движений оказывают влияние как технологические режимы обработки, так и параметры динамической системы резания, а также геометрия инструмента. Если обеспечивать согласованность внешнего (например, от системы ЧПУ) управления движением исполнительных элементов станка с динамическими свойствами процесса резания, которые определяют законы внутреннего управления, то возможна предельно достижимая точность обработки, зависящая от текущей точности станка, задаваемой возмущениями, не управляемыми внешними регуляторами. Для повышения точности обработки при заданных возмущениях необходимо:

— осуществить когерентное (синергетическое) согласование внешнего и внутреннего управления, например, на основе согласования частоты вращения шпинделя с зависящими от скорости подачи кинематическими возмущениями;

— выбрать рациональную динамическую структуру процесса резания, в том числе геометрию инструмента, параметры матриц жесткости подсистемы инструмента и детали и пр.

Возмущения приводят к образованию дополнительных сил, действующих на переднюю и задние поверхности инструмента, что повышает мощность необратимых преобразований подводимой энергии в зоне резания и вызывает, как правило, увеличение интенсивности изнашивания инструмента. Таким образом, состояние процесса резания, оцениваемое интенсивностью изнашивания инструмента, зависит от точности станка, оцениваемой в данном случае возмущениями.

Библиографический список

1. Решетов, Д. Н. Точность металлорежущих станков / Д. Н. Решетов, В. Т. Портман. — Москва : Машиностроение, 1986. — 336 с.

2. Кадыров, Р. Р. Определение состава основных проверок геометрической точности металлорежущего станка / Р. Р. Кадыров, Р. Г. Кудояров // СТИН. — 2016. — № 8. — С. 2–7.

3. Zakovorotny, V. L. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium / V. L. Zakovorotny, A. D. Lukyanov // International Journal of Mechanical Engineering and Automation. — 2014. — Vol. 1, № 5. — P. 271–285.
4. Zakovorotny, V. L. System synthesis of Machine tool manufacturing process control based on synergetic conception // V. L. Zakovorotny, A. D. Lukyanov // Procedia Engineering. — 2016. — Vol. 150. — P. 370–375.
5. Заковоротный, В. Л. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек, Д.-Т. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 10 (61). — С. 1785–1797.
6. Заковоротный, В. Л. Свойства формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Е. Ю. Панов, П. Н. Потапенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2001. — Т. 1, № 2. — С. 81–93.
7. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. — 2014. — № 3 (178). — С. 33–41. — (Технические науки).
8. Заковоротный, В. Л. Система оптимального управления процессом глубокого сверления отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Т. Санкар, Е. В. Бордачев // СТИН. — 1994. — № 12. — С. 22–25.
9. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. — Москва : Машгиз, 1956. —395 с.
10. Tobias, S.-A. Machine Tool Vibrations / S.-A. Tobias. — London : Blackie, 1965. — 350 p.
11. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.
12. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools / V. L. Zakovorotny // WSEAS. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. — 2015. —Vol. 10. — P. 102–116.
13. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д.-Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–52.
14. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting / V. L. Zakovorotny [et al.] // Journal of Sound and Vibration. — 2016. — Т. 368. — С. 174–190.
15. Заковоротный, В. Л. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 4. — С. 32–40.
16. Заковоротный, В. Л. Условия параметрического самовозбуждения динамической системы фрезерования концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 6. — С. 10–16.
17. Заковоротный, В. Л. Притягивающие множества при фрезеровании концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 8. — С. 27–33.
18. Заковоротный, В. Л. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т.-Х. Фам // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — Т. 13, № 5–6 (74). — С. 97–103.
19. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11. — № 2 (53). — С. 137–146.
20. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 3 (54). — С. 301–311.
21. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.
22. Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А. А. Колесникова. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.
23. Пуш, А. В. Шпиндельные узлы. Качество и надежность / А. В. Пуш. — Москва : Машиностроение, 1992. — 288 с.
24. Заковоротный, В. Л. Динамика транспортных трибосистем / В. Л. Заковоротный, В. В. Шаповалов // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2005. — № 12. — С. 19–29.
25. Заковоротный, В. Л. Введение в динамику трибосистем / В. Л. Заковоротный, В. П. Блохин, М. И. Алексейчик. — Ростов-на-Дону : ИнфоСервис, 2004. — 680 с.
26. Ахманов, С. А. Введение в статистическую радиофизику и оптику / С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, А. С. Чиркин. — Москва : Наука, 1981. — С. 124–128.
27. A dual criterion of stochastic linearization method for Multi-degree of freedom systems subjected to random excitation / N.-D. Anh [et al/] // Acta Mechanica. — 2012. — Vol. 223, № 12. — P. 2667–2684.
28. Anh, N.-D. Response analysis of Van Der Pol oscillator subjected to harmonic and random excitations / N.-D. Anh, V. L. Zakovorotny, D.-N. Hao // Probabilistic Engineering Mechanics. — 2014. — Vol. 37. — P. 51–59.
29. Меркин, Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. — Москва : Наука, 1971. — 312 с.
30. Лахаданов, В. М. О влиянии структуры сил на устойчивость движения / В. М. Лахаданов // Прикладная математика и механика. — 1974. — Т. 38. — С. 246–253.

31. Заковоротный, В. Л. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — № 3. — С. 95–103.

32. Заковоротный, В. Л. Построение информационной модели динамической системы металлорежущего станка для диагностики процесса обработки / В. Л. Заковоротный, И. В. Ладник // Проблемы машиностроения и надежности машин. —1991. — № 4. — С. 75–79.

References

1. Reshetov, D.N., Portman, V.T. Tochnost' metallorezhushchikh stankov. [Accuracy of cutting machines.] Moscow: Mashinostroenie, 1986, 336 p. (in Russian).

2. Kadyrov, R.R., Kudoyarov, R.G. Opredelenie sostava osnovnykh proverok geometricheskoy tochnosti metallorezhushchego stanka. [Determination of configuration of the basic checks of geometrical accuracy of metal cutting machine.] STIN, 2016, no. 8, pp. 2–7(in Russian).

3. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A.D. The Problems of Control of the Evolution of the Dynamic System Interacting with the Medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271–285.

4. Zakovorotny, V. L., Lukyanov, A.D. System synthesis of Machine tool manufacturing process control based on synergetic conception. Procedia Engineering, 2016, vol. 150, pp. 370–375.

5. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F., Pham Dinh Tung. Sinergeticheskaya kontseptsiya pri postroenii sistem upravleniya tochnost'yu izgotovleniya detaley slozhnoy geometricheskoy formy. [Synergetic concept in construction of accuracy control systems for manufacturing parts of complex geometric forms.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 10 (61), pp. 1785–1797 (in Russian).

6. Zakovorotny, V.L., Panov, E.Y., Potapenko, P.N. Svoystva formoobrazuyushchikh dvizheniy pri sverlenii glubokikh otverstiy malogo diametra. [Properties of forming movements when drilling deep pinholes.] Vestnik of DSTU, 2001, vol. 1, no. 2, pp. 81–93 (in Russian).

7. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Upravlenie protsessom sverleniya glubokikh otverstiy spiral'nymi sverlami na osnove sinergeticheskogo podkhoda. [Process control drilling deep holes twist drills based on the synergetic approach.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2014, no. 3 (178), pp. 33–41 (in Russian).

8. Zakovorotny, V.L., Sankar, T., Borodachev, E.V. Sistema optimal'nogo upravleniya protsessom glubokogo sverleniya otverstiy malogo diametra. [The optimal control system of deep drilling of pinholes.] STIN, 1994, no. 12, pp. 22 (in Russian).

9. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-excitation vibrations in cutting machines.] Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).

10. Tobias, S.-A. Machine Tool Vibrations. London: Blackie, 1965, 350 p.

11. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).

12. Zakovorotny, V. L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. WSEAS. Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2015, vol. 10, pp. 102–116.

13. Zakovorotny, V.L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Vliyanie izgibnykh deformatsiy instrumenta na samoorganizatsiyu i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy rezaniya metallov. [Influence of a flexural deformation of a tool on self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–52 (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L., et al. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting. Journal of Sound and Vibration, 2016, vol. 368, pp. 174–190.

15. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Ispol'zovanie sinergeticheskoy kontseptsii dlya izucheniya ustoychivosti formoobrazuyushchikh traektoriy poputnogo frezerovaniya. [Use of synergetic concept for studying stability of forming trajectories of climb cutting.] STIN, 2016, no. 4, pp. 32–40 (in Russian).

16. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Usloviya parametricheskogo samovozbuzhdeniya dinamicheskoy sistemy frezerovaniya kontsevymi frezami. [Conditions for parametric self-excitation of dynamic end milling system.] STIN, 2016, no. 6, pp. 10–16 (in Russian).

17. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Prityagivayushchie mnozhestva pri frezerovanii kontsevymi frezami. [Attracting sets under end milling.] STIN, 2016, no. 8, pp. 27–33 (in Russian).

18. Zakovorotny, V.L., Pham D.T. Parametricheskoe samovozbuzhdenie dinamicheskoy sistemy rezaniya. [Parametric self-excitation of cutting dynamic system.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 5/6 (74), pp. 97–103 (in Russian).

19. Zakovorotny, V. L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (skorostnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 1, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).

20. Zakovorotny, V. L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).

21. Haken, H. Tayny prirody. Sinergetika: uchenie o vzaimodeystvii. [Nature’s secrets. Synergetics: interaction theory.] Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science, 2003, 320 p. (in Russian).

22. Kolesnikov, A.A., ed. Sinergetika i problemy teorii upravleniya. [Synergetics and control theory problems.] Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p. (in Russian).

23. Push, A.V. Shpindel'nye uzly. Kachestvo i nadezhnost'. [Spindle blocks. Quality and reliability.] Moscow: Mashinostroenie, 1992, 288 p. (in Russian).

24. Zakovorotny, V.L., Shapovalov, V.V. Dinamika transportnykh tribosistem. [Dynamics of transportation tribosystems.] Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making, 2005, no. 12, pp. 19–29 (in Russian).

25. Zakovorotny, V.L., Blokhin, V.P., Alekseychik, M.I. Vvedenie v dinamiku tribosistem. [Introduction to tribosystem dynamics.] Rostov-on-Don: InfoServis, 2004, 680 p. (in Russian).

26. Akhmanov, S.A., Dyakov, Y.E., Chirkin, A.S. Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku i optiku. [Introduction to statistical Radiophysics and optics.] Moscow: Nauka, 1981, pp. 124–128 (in Russian).

27. Anh, N.-D., et al. A dual criterion of stochastic linearization method for Multi-degree of freedom systems subjected to random excitation. Acta Mechanica, 2012, vol. 223, no. 12, pp. 2667–2684.

28. Anh, N.-D., Zakovorotny, V.L., Hao, D.-N. Response analysis of Van Der Pol oscillator subjected to harmonic and random excitations. Probabilistic Engineering Mechanics, 2014, vol. 37, pp. 51–59.

29. Merkin, D.R. Vvedenie v teoriyu ustoychivosti dvizheniya. [Introduction to theory of motion stability.] Moscow: Nauka, 1971, 312 p. (in Russian).

30. Lakhadanov, V.M. O vliyanii struktury sil na ustoychivost' dvizheniya. [On effect of structure of forces on motion stability.] Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1974, vol. 38, pp. 246–253 (in Russian).

31. Zakovorotny, V.L., Bordachev, E.V. Informatsionnoe obespechenie sistemy dinamicheskoy diagnostiki iznosa rezhushchego instrumenta na primere tokarnoy obrabotki. [Information support of the dynamic diagnostic system for cutting tool wear by the example of lathing.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1995, no. 3, pp. 95–103 (in Russian).

32. Zakovorotny, V.L., Ladnik, I.V. Postroenie informatsionnoy modeli dinamicheskoy sistemy metallorezhushchego stanka dlya diagnostiki protsessa obrabotki. [Building of data model of the machine tool dynamic system for treatment process diagnostics.] Journal of Machinery Manufacture and reliability, 1991, no. 4, pp. 75–81 (in Russian).

Поступила в редакцию 20.12.2016
Сдана в редакцию 20.12.2016
Запланирована в номер 11.01.2017

Об авторах:

Заковоротный Вилор Лаврентьевич, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2187-9897, vzakovorotny@dstu.edu.ru

Гвинджилия Валерия Енвериевна, магистрант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1066-4604, sinedden@yandex.ru

Received 20.12.2016
Submitted 20.12.2016
Scheduled in the issue 11.01.2017

Authors:

Zakovorotny, Vilor L., professor of of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), Dr.Sci. (Eng.), professor, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2187-9897 , vzakovorotny@dstu.edu.ru

Gvindjiliya, Valery E., Master's Degree student, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin sq., 1), ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1066-4604, sinedden@yandex.ru